

**ΘΕΜΑ Α**

A1. Θεωρία σχολικό βιβλίο, σελίδα 65.

A2. Θεωρία σχολικό βιβλίο, σελίδα 28.

A3. Α) Λάθος

Β) Σωστό

Γ) Λάθος

A4. Α)  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

Β)  $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$

Γ)  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

**ΘΕΜΑ Β**

B1. Για να τέμνει η συνάρτηση τον άξονα  $x'x$  στην τετμημένη 1, πρέπει  $f(1)=0$ , άρα

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 - a + 2 = 0 \Rightarrow a = 3$$

B2. Για  $a=3$ , είναι  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

Άρα η  $g(x) = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$  συνεπώς για να ορίζεται η  $g$  πρέπει

$$x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1, x \neq 1$$

B3. Για  $a=3$ , το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  είναι

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

B4. Για  $a=3$ ,  $f(0)=2$ , οπότε το σημείο  $M$  έχει συντεταγμένες  $(0,2)$ .

Η εφαπτομένη θα είναι μια ευθεία της μορφής  $y = ax + \beta$

Η παράγωγος της  $f$  σε αυτό το σημείο βρίσκεται ως εξής

$$f'(x) = (x^2 - 3x + 2)' = 2x - 3$$

και στο σημείο για  $x=0$

$$f'(0) = -3$$

που θα είναι και η κλίση της εφαπτομένης. Δηλαδή  $y = -3x + \beta$ . Εφόσον η εφαπτομένη περνάει και από το σημείο  $M(0,2)$ , θα πρέπει

$$2 = -3 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 2$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο  $M(0,2)$  είναι

$$y = -3x + 2$$

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας	$x_i$	$v_i$	$f_i$	$a_i$
[4,8)	6	5	0,1	$36^0$
[8,12)	10	15	0,3	$108^0$
[12,16)	14	10	0,2	$72^0$
[16,20)	18	20	0,4	$144^0$
Σύνολο	-	50	1	$360^0$

Γ2. Οι εκπαιδευτικοί που έχουν συμπληρώσει 8 έτη προϋπηρεσίας είναι

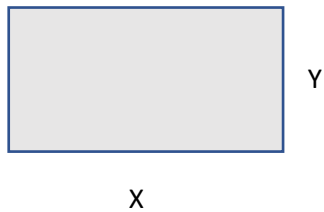
$$v - v_1 = 50 - 5 = 45$$

Γ3. Το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη είναι  $f_1 + f_2 + f_3 = 0,1 + 0,3 + 0,2 = 0,6$ . Επομένως το ποσοστό των 60%.

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι 1.

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$$\Pi = 80 \Rightarrow 2x + 2y = 80 \Rightarrow x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - x \quad (1)$$

$$x > 0, y > 0$$

$$E = x \cdot y = x(40 - x) = 40x - x^2 \quad \text{άρα } E(x) = 40x - x^2$$

- $x > 0$
- $E > 0 \Rightarrow 40x - x^2 > 0$
- $0x - x^2 = 0 \Rightarrow x(40 - x) = 0$

$x$	0	20	40	
$E'(x)$		+	0	-
$E$				

$$\Delta 2. E'(x) = 40 - 2x \Rightarrow 40 - 20 = 0 \Rightarrow x = 20$$

Δ3

Μέγιστο εμβαδόν για  $x=20$  και το μέγιστο εμβαδόν είναι το  $E(20) = 40 \cdot 20 - 20^2 = 800 - 400 = 400$  τ.μ.

Δ4.

$$x_A < x_B$$

Η  $E$  γνησίως φθίνουσα στο  $[20, 40)$  άρα  $x_A < x_B \xrightarrow{E \downarrow} E(x_A) > E(x_B)$

**ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ**

**ΟΡΟΣΗΜΟ ΡΑΦΗΝΑΣ**