**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ’ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1. α)** Σχολικό βιβλίο σελίδα 15

 **β) i, ii** Σχολικό βιβλίο σελίδα 35

**Α2.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 142

**Α3.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 135

**Α4. α)** Η πρόταση είναι Λάθος: Αντιπαράδειγμα σχολικό βιβλίο σελίδα 134

**β)** Η πρόταση είναι Λάθος: Αντιπαράδειγμα

αλλά f (1)=2

**Α5.** Σωστό είναι το γ

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1.** Η ευθεία y=2 είναι οριζόντια ασύμπτωτη της Cf στο +∞ όταν

Είναι

αφού

οπότε λ=2

**Β2.** Για λ=2 είναι f(x)=e-x+2

Θεωρούμε g(x)=f(x)-x

Εφαρμόζουμε Θεώρημα Bolzano για την g στο [2,3]

Η g είναι συνεχής στο [2, 3] ως άθροισμα συνεχών συναρτήσεων

οπότε g(2)g(3)<0

Άρα υπάρχει τουλάχιστον ένα x0∈(2, 3)g(x0)=0 ή f(x0)-x0=0

Για κάθε x∈R είναι g΄(x)= -e-x-1= -(e-x+1)<0 οπότε η g είναι γν. φθίνουσα στο R άρα το x0 είναι μοναδικό.

**Β3.** Για κάθε x∈R είναι f ΄(x)= -e-x<0 οπότε f είναι γν. φθίνουσα στο R άρα και 1-1 άρα αντιστρέφεται.

Λύνουμε την εξίσωση f(x)=y⇔e-x+2=y⇔e-x=y-2-x=ln(y-2)⇔x= -ln(y-2)

Άρα f-1 (x)= -ln(x-2), x>2.

**B4.** Έχουμε

διότι

Άρα η x=2 κατακόρυφη ασύμπτωτη της Cf-1.

Cf

e+2

y

-1

x

Cf -1

y=2

e+2

3

x=2

2

0

-1

2

3

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.**

Αφού η f παραγωγίσημη στο x0=1 είναι και συνεχής στο x0=1

Άρα

1+α=1+β⇒α=β (1)

Επίσης f(1)=1+α

Άρα 1+β=2⇔β=1, (1)⇒α=1

**Γ2.**

Είναι

Άρα f ΄(x)>0 x∈IR άρα η f γν. αύξουσα στο IR.

**Γ3. i)** Η f είναι συνεχής και γν. αύξουσα στο Δ=(-∞, 0) οπότε

f(Δ)=

Ο αριθμός ο∈f ((-∞, 0)) άρα η εξίσωση f(x)=0 έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο (-∞, 0) και αφού η f γν. αύξουσα στο (-∞, 0) η ρίζα είναι μοναδική άρα η f(x)=0 έχει ακριβώς μια αρνητική ρίζα στο (-∞, 0).

**ii)** Αφού f γν. αύξουσα τότε για κάθε x>x0 ισχύει f(x)>f(x0)=0

άρα f2(x)>0 και –x0f(x)>0, οπότε f2(x)-x0f(x)>0

άρα η εξίσωση f2(x)-x0f(x)=0 είναι αδύνατη στο (x0, +∞)

**Γ4.**

M (x, x2+1)

2

Κ(x, 0)

1

0

 Την t=t0 είναι x(t0)=3 μον. και x΄(t0)=2 μον./sec

Άρα

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Για κάθε x∈R έχουμε

Επειδή η ευθεία (ε): y= -x+2 εφάπτεται στη γραφική παράσταση της f στο σημείο της Α(1, 1) τότε f(1)=1 και f ΄(1)= -1⇔α+β=1 και α= -1⇔α= -1 και β=2.

**Δ2.** Για α= -1 και β=2 είναι f(x)=(x-1)ln(x2-2x+2)-x+2, x∈R

Έχουμε f(x)-(-x+2)=(x-1)ln(x2-2x+2)-x+2-(-x+2)=(x-1)ln(x2-2x+2)≥0 για κάθε x∈[1, 2]

Αφού x2-2x+2=(x-1)2+1≥1, x∈[1, 2] οπότε ln(x2-2x+2)≥0

Άρα

Θέτουμε u=x2-2x+2

 du=2(x-1)dx

Για x=1: u=1

Για x=2: u=2

Άρα

**Δ3. i)** Για κάθε x∈R έχουμε

Αφού x2-2x+2=(x-1)2+1≥1, x∈R

Τότε ln (x2-2x+2)≥0 (1) και

Από (1), (2) προκύπτει ότι f ΄(x)≥-1 για κάθε x∈R.

**ii)** Για κάθε λ∈R θα δείξουμε ότι

Η f είναι συνεχής στο [λ, λ+1/2] και παραγωγίσιμη στο (λ, λ+1/2) για κάθε λ∈R, οπότε σύμφωνα με το Θ.Μ.Τ. υπάρχει ένα τουλάχιστον ξ∈(λ, λ+1/2) τέτοιο ώστε:

Αφού f΄(x)≥-1, x∈R τότε

**Δ4.** Η g είναι παραγωγίσιμη στο R με g΄(x)= -3x2-1

Η εφαπτομένη ε1 της Cf στο σημείο της (x1, f(x1)) έχει εξίσωση

ε1: y-f(x1)=f ΄(x1)(x-x1)⇔ y=f ΄(x1)x+f(x1)-x1f ΄(x1).

Η εφαπτομένη της Cg στο σημείο της (x2, g(x2)) έχει εξίσωση

ε2: y-g(x2)=g΄(x2)(x-x2)⇔y=g΄(x2)x+g(x2)-x2g΄(x2)

Οι Cf, Cg δέχονται κοινή εφαπτομένη αν και μόνο αν οι ευθείες ε1, ε2 ταυτίζονται δηλαδή αν και μόνο αν

Έχουμε f΄(x1)=g΄(x2)⇔

Αφού

Έχουμε

Αφού f ΄(x)≥-1, x∈R (η ισότητα ισχύει μόνο για x=1) τότε x1=1

Οι τιμές x1=1 και x2=0 επαληθεύουν την (3).

Άρα x1=1, x2=0 η μοναδική λύση του συστήματος.

Οπότε Α(1, 1)∈Cf και B(0, 2)∈Cg

Άρα η ευθεία (ε): y= -x+2 είναι η εξίσωση της μοναδικής κοινής εφαπτομένης.

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

**«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΚΑΙ ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ**

**ΓΕΩΡΓΑΚΟΠΟΥΛΟΣ Β. - ΚΟΥΣΗΣ Π. – ΤΖΩΡΤΖΙΝΗΣ Γ. – ΦΙΛΙΟΓΛΟΥ Β. – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Α. – ΦΩΤΟΥ Φ.**

**www.floropoulos.gr**