

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. α. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 65.

β. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 65.

γ. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 65.

A2. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 22.

A3. α. Σωστό

β. Λάθος

γ. Λάθος

δ. Σωστό

ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

$$B1. \delta = 4\alpha - 1 \Leftrightarrow 4\alpha - 1 = 15 \Leftrightarrow 4\alpha = 16 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 4}$$

Οι αριθμοί με αύξουσα σειρά είναι: 12, 14, 15, 16, 18.

B2.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum t_i = \frac{12 + 14 + 15 + 16 + 18}{5} = \frac{75}{5} = 15 \\ S_x^2 &= \frac{1}{n} \sum (t_i - \bar{x})^2 = \frac{(12 - 15)^2 + (14 - 15)^2 + (15 - 15)^2 + (16 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{5} = \\ &= \frac{9 + 1 + 0 + 1 + 9}{5} = \frac{20}{5} = 4\end{aligned}$$

$$B3. S_x^2 = 4 \Leftrightarrow S_x = 2$$

Ο συντελεστής μεταβολής είναι:

$$CV_x = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{2}{15} > 0,10$$

Επειδή $CV_x > 0,10$ το δείγμα είναι ανομοιογενές.

B4. Η νέα μέση τιμή που θα προκύψει αν κάθε αριθμός πολλαπλασιαστεί με το -2 και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 5 θα είναι $\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -25$ και η νέα τυπική απόκλιση θα είναι $S_y = |C|S_x = 2 \cdot 2 = 4$.

Άρα

$$CV_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{4}{|-25|} = \frac{4}{25} = 0,16$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η εφαπτομένη στο σημείο M είναι παράλληλη στον $x'x$. Τότε $f'(1)=0$.

Η f είναι παραγωγίσιμη στο R με $f'(x)=6x^2-6κx$.

Οπότε $f'(1)=0 \Leftrightarrow 6-6κ=0 \Leftrightarrow κ=1$.

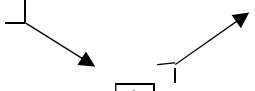
Γ2. Για $κ=1$ $f(x)=2x^3-3x^2+1$, $x \in \mathbb{R}$.

Ο ρυθμός μεταβολής της f είναι $f'(x)=6x^2-6x$, $x \in \mathbb{R}$.

$$f''(x)=12x-6$$

$$f''(x)=0 \Leftrightarrow 12x-6=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Το πρόσημο της f'' φαίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f'(x)$		ελ.	

Άρα ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος όταν $x=\frac{1}{2}$.

Γ3. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο $(-1, f'(-1))$ είναι:

$$y = f''(-1) \cdot x + \beta.$$

$$\text{Έχουμε } f''(-1) = 12 \cdot (-1) - 6 = -18.$$

$$\text{Άρα η εξίσωση γίνεται } y = -18x + \beta.$$

Το σημείο $(-1, f'(-1))$ ανήκει στη παραπάνω ευθεία και επειδή $f'(-1)=12$ η παραπάνω εξίσωση γίνεται $12 = -18(-1) + \beta$ δηλαδή $\beta = -6$. Άρα η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο $(-1, f'(-1))$ είναι $y = -18x - 6$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 4}} (x^2 + 4)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

Δ2. Οι ρίζες και το πρόσημο της f' φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
$f(x)$	↘	ελ.	↗

Η f είναι γν. φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$, η f είναι γν. αύξουσα στο $[0, +\infty)$, στο $x=0$ η f παρουσιάζει ελάχιστο το $f(0)=2020$.

Δ3.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} &= \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{x^2 + 4} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x^2 + 4} - 2)}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4} - 2)(\sqrt{x^2 + 4} + 2)}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 - 4}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} = 0 \end{aligned}$$

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ

«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ» ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ

www.floropoulos.gr

ΚΟΥΣΗΣ Π. – ΦΙΛΙΟΓΛΟΥ Β. – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Α.