

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1 → γ

Α2 → δ

Α3 → α

Α4 → δ

Α5. (α) Λ (β) Σ (γ) Λ (δ) Σ (ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση είναι η i.

β) Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΣ ( $\hat{K} = 90^\circ$ ) παίρνουμε:

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2 \rightarrow d_2^2 = 4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4} = \frac{25\lambda_1^2}{4} \rightarrow d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}.$$

Επειδή η ταχύτητα της διάδοσης παραμένει σταθερή ( $u_\delta = \lambda f$ ) όταν διπλασιάσουμε την συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών θα υποδιπλασιαστεί το μήκος κύματος άρα:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}.$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου (Σ) μετά το διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών ισούται με:

$$A'_\Sigma = 2A \left| \sin \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda_2} \right| = 2A \left| \sin \pi \frac{\frac{5\lambda_1}{2} - \frac{4\lambda_1}{2}}{\frac{\lambda_1}{2}} \right| = 2A |\sin \pi| \rightarrow A'_\Sigma = 2A.$$

Β2. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Η δύναμη F δεν ασκεί ροπή στο σώμα, οπότε η στροφορμή του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του διατηρείται σταθερή. Ισχύει:

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \rightarrow m u R = m u' \frac{R}{2} \rightarrow u' = 2u.$$

Για το έργο της δύναμης F εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από την αρχική στην τελική κατάσταση, οπότε έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \rightarrow \frac{1}{2} m(u')^2 - \frac{1}{2} m u^2 = W_F \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2} m 4u^2 - \frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} m u^2 \xrightarrow{u = \omega R} W_F = \frac{3}{2} m \omega^2 R^2.$$

**B3. α) Σωστή απάντηση είναι η i.**

**β)** Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στην είσοδο (σημείο Γ) και έξοδο (σημείο Δ) του σωλήνα παίρνουμε:

$$A_{\Gamma} u_{\Gamma} = A_{\Delta} u_{\Delta} \rightarrow 2 A_{\Delta} u_{\Gamma} = A_{\Delta} u_{\Delta} \rightarrow u_{\Delta} = 2 u_{\Gamma} \quad (1)$$

Από την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής που περνά από τα σημεία Γ και Δ, παίρνουμε:

$$p_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho u_{\Gamma}^2 = p_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho u_{\Delta}^2 + \rho g h \xrightarrow{(1)} p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2} \rho (2u_{\Gamma})^2 - \frac{1}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho g h \rightarrow$$

$$\Delta p = \frac{3}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho g h \quad (2).$$

Όταν η φλέβα του υγρού εξέρχεται από το στόμιο Δ στον κατακόρυφο άξονα κάνει ελεύθερη πτώση άρα:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (3)$$

στον οριζόντιο άξονα η φλέβα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα  $u_{\Delta}$  άρα:

$$4h = u_{\Delta} t \xrightarrow{(1), (2)} 4h = u_{\Delta} \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow 16h^2 = u_{\Delta}^2 \frac{2h}{g} \rightarrow u_{\Delta}^2 = 8gh \xrightarrow{(1)} \rightarrow$$

$$4u_{\Gamma}^2 = 8gh \rightarrow gh = \frac{u_{\Gamma}^2}{2} \quad (4).$$

$$\text{Από τις σχέσεις (2) και (4) παίρνουμε: } \Delta p = \frac{3}{2} \rho u_{\Gamma}^2 + \rho \frac{u_{\Gamma}^2}{2} \rightarrow \Delta p = 2\rho u_{\Gamma}^2.$$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1)** Το σώμα  $m_1$  πριν τη κρούση κάνει ΑΑΤ με  $D_1 = k_1 = m_1 \omega_1^2 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 5 \text{ rad/s}$

και πλάτος  $A_1 = \Delta \ell = 0,4 \text{ m}$  άρα η ταχύτητα του λίγο πριν την κρούση (θέση ισοροπίας) θα είναι  $u_{1(\text{max})} = \omega_1 A_1 = 2 \text{ m/s}$ .

Η συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση είναι:

$$f_1 = \frac{u_{\eta\chi} - u_{1(\max)}}{u_{\eta\chi}} f_s$$

Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) για την πλαστική κρούση:

$$\bar{p}_{\text{αρχ}} = \bar{p}_{\text{τελ}} \rightarrow m u_{1(\max)} = (m + m) V_{\Sigma} \rightarrow$$

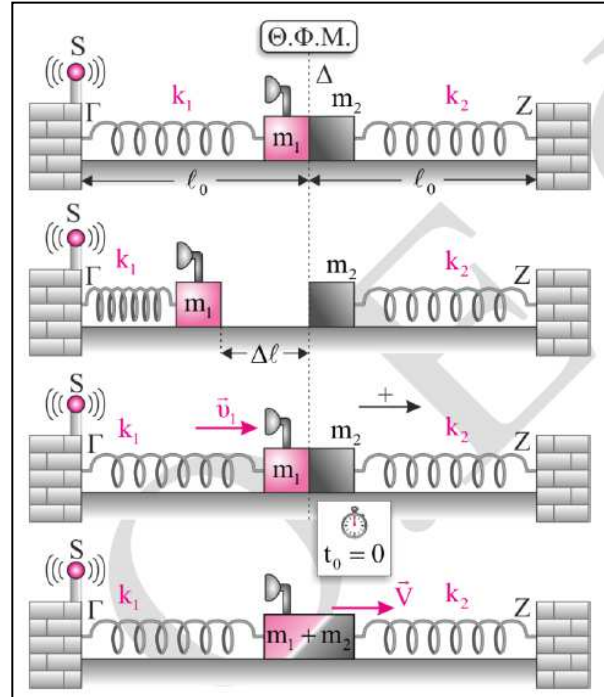
$$m u_{1(\max)} = 2m V_{\Sigma} \rightarrow V_{\Sigma} = 1 \text{ m/s}.$$

Η συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης αμέσως μετά την κρούση είναι:

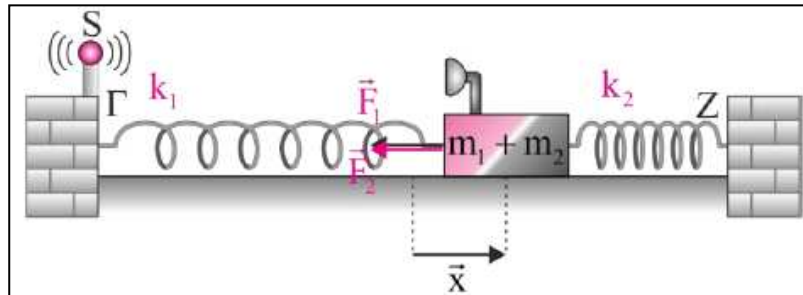
$$f_2 = \frac{u_{\eta\chi} - V_{\Sigma}}{u_{\eta\chi}} f_s$$

$$\text{Άρα } \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{u_{\eta\chi} - u_{1(\max)}}{u_{\eta\chi}} f_s}{\frac{u_{\eta\chi} - V_{\Sigma}}{u_{\eta\chi}} f_s} = \frac{u_{\eta\chi} - u_{1(\max)}}{u_{\eta\chi} - V_{\Sigma}} \rightarrow$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}.$$



Γ2. Απομακρύνουμε το συσσωμάτωμα από τη ΘΙ του κατά χ προς τα δεξιά. Στην τυχαία αυτή θέση ισχύει:



$$\Sigma F = -F_1 - F_2 \rightarrow \Sigma F = -k_1 x - k_2 x \rightarrow \Sigma F = -(k_1 + k_2) x = -2k x.$$

Άρα το συσσωμάτωμα κάνει ΑΑΤ με  $D = k_1 + k_2 = 2k = 100 \text{ N/m}$ .

Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη κρούση θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ του, δηλαδή:

$$V_{\Sigma} = \omega A \rightarrow V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{D}{2m}} A \rightarrow 1 \text{ m/s} = 5 \text{ rad/s } A \rightarrow A = 0,2 \text{ m}.$$

Γ3. Ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή όταν ο ταλαντωτής βρεθεί στην ακραία θέση +A δηλαδή την χρονική στιγμή  $t = \frac{T}{4}$

όπου  $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{D}} = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$ . Άρα  $t = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ .

Γ4)  $\left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right|_{\max} = \Sigma F_{\max} = F_{\varepsilon\pi(\max)} = DA \rightarrow \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right|_{\max} = 20 \text{ N}$ .

**ΘΕΜΑ Δ**

Δ1. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της O είναι:

Θεώρημα του Steiner:  $I_{\text{ράβδου}} = I_{\text{cm}} + M \left( \frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} M \ell^2 + M \frac{\ell^2}{4} \rightarrow$

$I_{\text{ράβδου}} = \frac{1}{3} M \ell^2 = 24 \text{ Kg m}^2$ .

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του O είναι:

$I_{\text{cm}(\Delta)} = \frac{1}{2} m_{\Delta} R_{\Delta}^2 = 1 \text{ Kg m}^2$ .

Άρα η ροπή αδράνειας  $I_{\text{συστ.}}$  του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του (O) είναι:

$I_{\text{συστ.}} = 25 \text{ Kg m}^2$ .

Δ2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος την χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι:

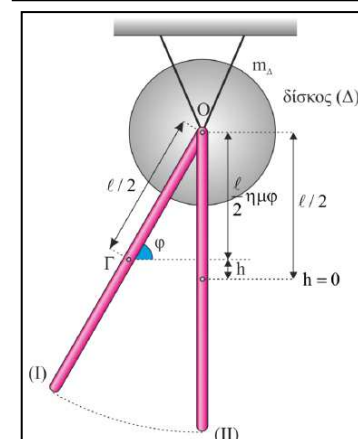
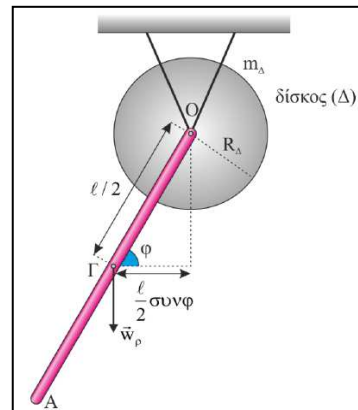
$\left| \frac{dL}{dt} \right| = \Sigma \tau_{(O)} \rightarrow \left| \frac{dL}{dt} \right| = \tau_{Mg} = Mg \frac{\ell}{2} \sin\varphi \rightarrow$

$\left| \frac{dL}{dt} \right| = 72 \text{ N m}$ .

Δ3. Εφαρμόζω ΑΔΜΕ από τη θέση που η ράβδος αφήνεται ελεύθερη έως τη θέση που γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά.

$E_{\text{αρχ}} = E_{\text{τελ}} \rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \rightarrow$

$0 + Mg \frac{\ell}{2} (1 - \eta\mu\varphi) = K_{\text{συστ}} + 0 \rightarrow K_{\text{συστ}} = 24 \text{ J}$ .



**Δ4.** Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του θα είναι ομαλά επιταχυνόμενες.

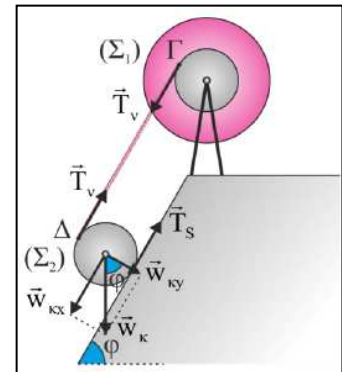
Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = m \vec{a}_{cm} \rightarrow m g \eta \mu \phi - T_v - T_s = m a_{cm} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma T_{(K)} = I_{cm} a_\gamma \rightarrow T_s R - T_v R = \frac{1}{2} m R^2 a_\gamma \rightarrow$$

$$T_s - T_v = \frac{1}{2} m R a_\gamma \quad (2)$$



Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:  $a_{cm} = a_\gamma R \quad (3)$

Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται:  $T_s - T_v = \frac{1}{2} m a_{cm} \quad (4)$

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$m g \eta \mu \phi - 2 T_v = \frac{3}{2} m a_{cm} \quad (5)$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις επιφάνειες της διπλής τροχαλίας και του κυλίνδρου, όλα τα σημεία του έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα και την ίδια επιτάχυνση ( $a = \frac{du}{dt}$ ), δηλαδή:

$$a_\Delta = a_\Gamma \rightarrow 2 a_{cm} = a_\gamma R \rightarrow a_\gamma = \frac{2 a_{cm}}{R}$$

Η διπλή τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$$\Sigma T_{(K1)} = I_{cm(\text{τροχαλίας})} a_\gamma \rightarrow T_v R = I_{cm(\text{τροχαλίας})} \frac{2 a_{cm}}{R} \rightarrow T_v = I_{cm(\text{τροχαλίας})} \frac{2 a_{cm}}{R^2} \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (5) και (6) παίρνουμε:

$$m g \eta \mu \phi - 2 I_{cm(\text{τροχαλίας})} \frac{2 a_{cm}}{R^2} = \frac{3}{2} m a_{cm} \rightarrow 300 \cdot 0,8 - 2 \cdot 1,95 \frac{2 a_{cm}}{0,04} = 45 a_{cm} \rightarrow$$

$$240 = 195 a_{cm} + 45 a_{cm} \rightarrow a_{cm} = 1 \text{ m/s}^2.$$

Η μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε ισχύει:

$$s = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a_{cm}}} \rightarrow t = 2 \text{ s.}$$

$$v_{cm} = a_{cm} t = 2 \text{ m/s.}$$

**ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗ-  
ΡΙΩΝ**

**«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ - ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ»**

**ΗΜΕΛΛΟΣ Μ. - ΚΟΥΣΗΣ Γ.**