

ΑΣΚΗΣΗ

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Α και Β αρχίζουν την στιγμή  $t_0 = 0$  να εκτελούν κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους χωρίς αρχική φάση και δημιουργούν στην επιφάνεια νερού που ηρεμεί εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα  $v = 2 \text{ m/s}$ . Σε σημείο Μ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ ανάμεσα στις πηγές Α και Β, φτάνει πρώτο το κύμα από την πηγή Α με εξίσωση  $y_1 = 0,01 \cdot \eta\mu(2\pi t - 2\pi)$  (S.I.), ενώ το δεύτερο κύμα από την πηγή Β φτάνει με χρονική καθυστέρηση  $\Delta t = 2 \text{ s}$ .

- Να υπολογίσετε τις αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  του σημείου Μ από τις δύο πηγές Α και Β αντίστοιχα, καθώς και την απόσταση  $d$  των δύο πηγών.
- Με την βοήθεια της αρχής της επαλληλίας να αποδείξετε ότι μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο Μ συμβαίνει ενισχυτική συμβολή.
- Να γίνουν τα διαγράμματα απομάκρυνσης – χρόνου και πλάτους – χρόνου για το σημείο Μ από  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t = 4 \text{ s}$ .
- Ποια χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια του σημείου Μ είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσής του για πρώτη φορά μετά την συμβολή;
- Ένα σημείο Ν της επιφάνειας του νερού απέχει αποστάσεις  $d_1 = 7 \text{ m}$  και  $d_2 = 4 \text{ m}$  από τις δύο πηγές Α και Β αντίστοιχα. Να γίνει για το σημείο Ν το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου από  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t = 6 \text{ s}$ .
- Να βρεθεί η φάση του σημείου Μ όταν η φάση του σημείου Ν είναι  $\varphi_N = 2,4\pi \text{ rad}$ .

ΛΥΣΗ

- Για το κύμα που παράγεται από την πηγή Α και φτάνει στο σημείο Μ, γνωρίζουμε:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= 0,01 \cdot \eta\mu(2\pi t - 2\pi) \text{ (S.I.)} \\ y_1 &= A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = 0,01 \text{ m και } T = 1 \text{ s.}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει:  $v = \lambda \cdot f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$ .

Οπότε  $2\pi \frac{r_1}{\lambda} = 2\pi \Rightarrow \boxed{r_1 = 2 \text{ m}}$ .

Το κύμα από την πηγή Α φτάνει στο σημείο Μ τη χρονική στιγμή:  $t_1 = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s}$ .

Το κύμα από την πηγή Β φτάνει στο σημείο Μ τη χρονική στιγμή:  $t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 3 \text{ s}$ .

Επομένως  $v = \frac{r_2}{t_2} \Rightarrow \boxed{r_2 = 6 \text{ m}}$ .

Η απόσταση των δύο πηγών είναι:  $d = (AB) = r_1 + r_2 \Rightarrow \boxed{d = 8 \text{ m}}$ .

- Με βάση την αρχή της επαλληλίας για το σημείο Μ μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων ισχύει:

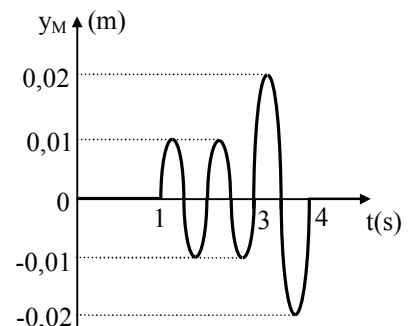
$$\left. \begin{aligned} y &= y_1 + y_2 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \Rightarrow \\ y &= 0,01 \cdot \eta\mu(2\pi t - 2\pi) + 0,01 \cdot \eta\mu(2\pi t - 6\pi) \text{ (S.I.)} \\ \text{Γνωρίζουμε: } \eta\mu\alpha + \eta\mu\beta &= 2\sigma\upsilon\nu \frac{\alpha - \beta}{2} \eta\mu \frac{\alpha + \beta}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = 0,02 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \cdot \eta\mu(2\pi t - 4\pi) \Rightarrow y = 0,02 \cdot \eta\mu(2\pi t - 4\pi) \text{ (S.I.)}$$

Άρα στο σημείο Μ συμβαίνει ενισχυτική συμβολή αφού ταλαντώνεται με πλάτος  $A'_M = 0,02 = 2A$ .

- Για την απομάκρυνση του σημείου Μ γνωρίζουμε:

$$y_M = \begin{cases} 0, & \text{για } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ 0,01 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 1), & \text{για } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \\ 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2), & \text{για } t \geq 3 \text{ s} \end{cases} \text{ (S.I.)}$$

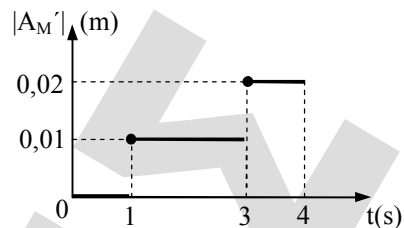
Η γραφική παράσταση απομάκρυνσης – χρόνου για το σημείο Μ φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου M γνωρίζουμε:

$$|A'_M| = \begin{cases} 0, & \text{για } 0 \leq t < 1 \text{ s} \\ 0,01, & \text{για } 1 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s} \quad (\text{S.I.}) \\ 0,02, & \text{για } t \geq 3 \text{ s} \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση πλάτους – χρόνου για το σημείο M φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



δ. Πρέπει για  $t \geq 3 \text{ s}$ :

$$\left. \begin{aligned} K &= 3U \\ E &= K + U \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = 4U \Rightarrow \frac{1}{2} D A'_M{}^2 = 4 \frac{1}{2} D y_M{}^2 \Rightarrow y_M = \pm \frac{A'_M}{2} \Rightarrow y_M = \pm A \Rightarrow 0,02 \cdot \eta\mu 2\pi(t-2) = \pm 0,01 \Rightarrow$$

$$\eta\mu 2\pi(t-2) = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow 2\pi(t-2) = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{k}{2} \pm \frac{1}{12} + 2 \text{ με } k \in \mathbb{Z} \text{ και } t \geq 3 \text{ s}.$$

Η οποία δίνει την πρώτη αποδεκτή λύση με  $t \geq 3 \text{ s}$  για  $k = 2$  οπότε  $t = \frac{37}{12} \text{ s}$ .

ε. Πρώτο φτάνει στο σημείο N το κύμα από την πηγή B τη στιγμή  $t'_2 = \frac{d_2}{v} \Rightarrow t'_2 = 2 \text{ s}$ , ενώ το κύμα από την πηγή A

φτάνει στο σημείο N τη στιγμή  $t'_1 = \frac{d_1}{v} \Rightarrow t'_1 = 3,5 \text{ s}$ .

Στο σημείο N για  $2 \text{ s} \leq t < 3,5 \text{ s}$  έχει φτάσει μόνο το κύμα από την πηγή B οπότε έχει επιτάχυνση

$$a_N = -\omega^2 A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \Rightarrow a_N = -0,04\pi^2 \cdot \eta\mu 2\pi(t-2) \quad (\text{S.I.}), \text{ για } 2 \text{ s} \leq t < 3,5 \text{ s}.$$

Στο σημείο N τα δύο κύματα συμβάλλουν τη χρονική στιγμή  $t'_1 = 3,5 \text{ s}$  και ισχύει:

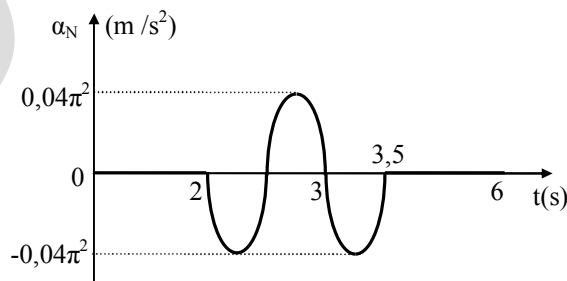
$$A'_N = \left| 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda} \right| = \left| 0,02 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{3}{2 \cdot 2} \right| = 0$$

δηλαδή στο σημείο N συμβαίνει απόσβεση.

Επομένως για την επιτάχυνση του σημείου N ισχύει:

$$a_N = \begin{cases} 0, & \text{για } 0 \leq t < 2 \text{ s} \\ -0,04\pi^2 \cdot \eta\mu 2\pi(t-2), & \text{για } 2 \text{ s} \leq t < 3,5 \text{ s} \quad (\text{S.I.}) \\ 0, & \text{για } t \geq 3,5 \text{ s} \end{cases}$$

Η γραφική παράσταση επιτάχυνσης – χρόνου για το σημείο N φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



στ. Για την φάση του σημείου N γνωρίζουμε:

$$\varphi_N = \begin{cases} 0, & \text{για } 0 \leq t < 2 \text{ s} \\ 2\pi(t-2), & \text{για } 2 \text{ s} \leq t < 3,5 \text{ s} \quad (\text{S.I.}) \\ 0, & \text{για } t \geq 3,5 \text{ s} \end{cases}$$

Επομένως  $\varphi_N = 2,4\pi \Rightarrow 2\pi(t-2) = 2,4\pi \Rightarrow t = 3,2 \text{ s}$ .

Την παραπάνω χρονική στιγμή  $t = 3,2 \text{ s}$ , έχει γίνει συμβολή στο σημείο M οπότε η φάση του σημείου M είναι:

$$\varphi_M = 2\pi(t-2) \Rightarrow \varphi_M = 2,4\pi \text{ rad}.$$

### ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΑΝΑΣΤΑΣΑΚΗΣ ΜΑΡΙΝΟΣ • ΚΑΡΑΪΣΚΟΥ ANNA • ΚΛΗΜΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ  
ΜΑΚΡΑΚΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ • ΜΕΛΕΣΣΑΝΑΚΗ ΕΦΗ • ΜΟΥΡΤΖΑΝΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ  
ΠΑΛΙΟΥΡΑΣ ΑΝΔΡΕΑΣ • ΠΑΠΑΔΑΚΗ ΡΕΝΑ • ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ ΣΤΕΡΓΙΟΣ  
ΠΟΤΑΜΙΑΝΑΚΗΣ ΚΩΣΤΑΣ • ΦΡΑΓΚΙΑΛΑΚΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ

ΟΡΙΖΟΝΤΕΣ