

ΖΗΤΗΜΑ 1

Αρμονικός ταλαντωτής αποτελείται από ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$ και δύο κολλημένες μεταξύ τους ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m = 1 \text{ kg}$, δεμένες στο άκρο του. Το σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πραγματοποιώντας 100 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο $10\pi \text{ s}$. Αν αφαιρέσουμε τη μία μάζα διατηρώντας σταθερό τον αριθμό των ταλαντώσεων ανά δευτερόλεπτο, τι θα συμβεί στο πλάτος της ταλάντωσης;

α. θα αυξηθεί,

β. θα μειωθεί,

γ. θα παραμείνει σταθερό.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση δικαιολογώντας την επιλογή σας.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Σωστή η πρόταση α:

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος με τις δύο μάζες είναι: $f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}} \Rightarrow f_o = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$.

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος με τη μία μάζα είναι: $f_o' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f_o' = \frac{5\sqrt{2}}{\pi} \text{ Hz}$.

Η συχνότητα ταλάντωσης δηλαδή η συχνότητα του διεγέρτη είναι σταθερή: $f = \frac{N}{t} \Rightarrow f = \frac{100}{10\pi} \Rightarrow f = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$.

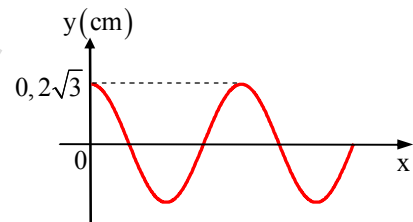
Επομένως το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα αυξηθεί, αφού η νέα ιδιοσυχνότητα f_o' είναι πιο κοντά στη συχνότητα του διεγέρτη, άρα το νέο σύστημα πλησιάζει περισσότερο προς την κατάσταση συντονισμού.

ΖΗΤΗΜΑ 2

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος, με περίοδο T και μήκος κύματος λ , τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{6}$. Στο σημείο O

($x = 0$) υπάρχει κοιλά η οποία τη στιγμή $t = 0$ έχει $y = 0$ και $v > 0$.

Να σχεδιάσετε το διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου για ένα σημείο K του μέσου, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση $d = \frac{\lambda}{8}$ αριστερά του πρώτου δεσμού.

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι: $y = 2A \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το σημείο O ($x = 0$) τη στιγμή $t = \frac{T}{6}$ έχει απομάκρυνση $y = 0,2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του στάσιμου προκύπτει: $0,2\sqrt{3} = 2A \cdot \eta\mu \frac{\pi}{3} \Rightarrow A = 0,2 \text{ cm}$.

Ο πρώτος δεσμός βρίσκεται στη θέση $x_{\Delta_1} = \frac{\lambda}{4}$.

Οπότε η θέση του σημείου K είναι: $x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{8} \Rightarrow x_K = \frac{\lambda}{8}$.

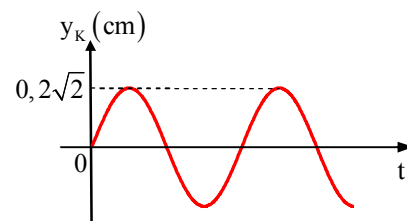
Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου K είναι:

$$|A'_K| = \left| 2A \cdot \sin 2\pi \frac{x_K}{\lambda} \right| \Rightarrow |A'_K| = \left| 2A \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right| \Rightarrow |A'_K| = 0,2\sqrt{2} \text{ cm}.$$

Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου K είναι:

$$y_K = 0,2\sqrt{2} \cdot \eta\mu \frac{2\pi t}{T} \quad (y \text{ σε cm και } t \text{ σε s}).$$

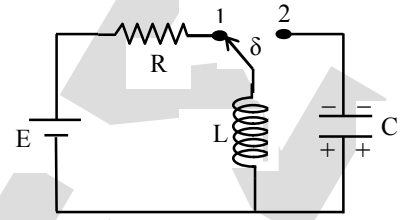
Το διάγραμμα $y_K - t$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



ΖΗΤΗΜΑ 3

Στο κύκλωμα του σχήματος η ιδανική πηγή έχει ΗΕΔ $E = 100\text{V}$, ο αντιστάτης έχει ωμική αντιστάτη $R = 10\ \Omega$, το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 4\text{mH}$ και ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C = 1\text{nF}$. Ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο $Q_1 = 4\mu\text{C}$ με την πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης (δ) βρίσκεται στη θέση 1 και το πηνίο διαρρέεται με σταθερό ρεύμα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μεταφέρουμε ακαριαία το διακόπτη (δ) από τη θέση 1 στη θέση 2, οπότε λόγω αυτεπαγωγής ξεσπά ηλεκτρικός σπινθήρας και χάνεται το 88% της ενέργειας του πηνίου. Το ιδανικό κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Να υπολογιστούν:

α) Η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης.
β) Η εξίσωση του ηλεκτρικού φορτίου του πυκνωτή κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.
γ) Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της τάσης στα άκρα του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t = \pi \cdot 10^{-6}\text{s}$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Όταν ο διακόπτης (δ) βρίσκεται στη θέση 1, το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα: $I_1 = \frac{E}{R} \Rightarrow I_1 = 10\text{A}$.

Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου ήταν: $U_B = \frac{1}{2} L I_1^2 \Rightarrow U_B = 0,2\text{J}$.

Μεταφέροντας το διακόπτη (δ) από τη θέση 1 στη θέση 2, εξαιτίας του σπινθήρα χάθηκε το 88% της ενέργειας αυτής. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που ξεκινά η ηλεκτρική ταλάντωση στο ιδανικό κύκλωμα LC είναι: $U'_B = 12\% U_B \Rightarrow U'_B = 24 \cdot 10^{-3}\text{J}$.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο πυκνωτής ήταν ήδη φορτισμένος με φορτίο $Q_1 = 4\mu\text{C}$.

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή τη στιγμή $t_0 = 0$ ήταν: $U_E = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-3}\text{J}$.

Η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος LC είναι: $E_\tau = U_E + U'_B \Rightarrow E_\tau = 32 \cdot 10^{-3}\text{J}$.

β) Για το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή κατά την ηλεκτρική ταλάντωση ισχύει:

$$E_\tau = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow Q = \sqrt{2E_\tau C} \Rightarrow Q = 8 \cdot 10^{-6}\text{C}.$$

Η κυκλική συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega = 5 \cdot 10^5 \text{rad/s}.$$

Αφού τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο πυκνωτής δεν είναι πλήρως φορτισμένος, συμπεραίνουμε ότι η ηλεκτρική ταλάντωση έχει αρχική φάση.

Οπότε $q = Q \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$.

Όμως τη στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε: $q = Q_1 \Rightarrow Q \cdot \sin\phi_0 = Q_1 \Rightarrow \sin\phi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{3}$ ή $\phi_0 = \frac{5\pi}{3}$.

Το ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα LC, λόγω του φαινομένου της αυτεπαγωγής, τη στιγμή $t_0 = 0$ έχει τη φορά που φαίνεται στο σχήμα, δηλαδή κατευθύνεται προς τον αρχικά θετικά φορτισμένο οπλισμό του πυκνωτή.

Οπότε $i > 0 \Rightarrow -I \cdot \eta\mu\phi_0 > 0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 < 0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{5\pi}{3} \text{rad}$.

Άρα η εξίσωση του ηλεκτρικού φορτίου είναι: $q = 8 \cdot 10^{-6} \sin(5 \cdot 10^5 t + \frac{5\pi}{3})$ στο S.I.

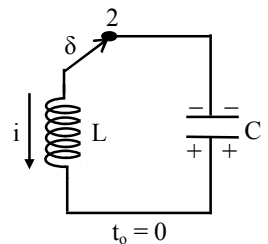
γ) Για την τάση του πυκνωτή ισχύει: $C = \frac{q}{V_c} \Rightarrow V_c = \frac{q}{C}$.

$$\text{Οπότε ο ρυθμός μεταβολής της, είναι: } \frac{dV_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{C} \right) \Rightarrow \frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dV_c}{dt} = \frac{i}{C}.$$

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι: $i = -I \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow i = -\omega Q \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$

όπου για $t = \pi \cdot 10^{-6}\text{s}$ παίρνουμε: $i = -2\text{A}$.

Άρα η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της τάσης του πυκνωτή για $t = \pi \cdot 10^{-6}\text{s}$ είναι: $\left| \frac{dV_c}{dt} \right| = 2 \cdot 10^9 \text{V/s}$.



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΑΝΑΣΤΑΣΑΚΗΣ ΜΑΡΙΝΟΣ • ΚΑΡΑΪΣΚΟΥ ANNA • ΚΛΗΜΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ
ΜΑΚΡΑΚΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ • ΜΕΛΕΣΣΑΝΑΚΗ ΕΦΗ • ΜΟΥΡΤΖΑΝΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ
ΠΑΛΙΟΥΡΑΣ ΑΝΔΡΕΑΣ • ΠΑΠΑΔΑΚΗ ΡΕΝΑ • ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ ΣΤΕΡΓΙΟΣ
ΠΟΤΑΜΙΑΝΑΚΗΣ ΚΩΣΤΑΣ • ΦΡΑΓΚΙΑΔΑΚΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ

εκπαιδευτικός οργανισμός

ΟΡΙΖΟΝΤΕΣ