

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό Βιβλίο σελ. 30.

A2. Σχολικό Βιβλίο σελ. 13.

A3. Σχολικό Βιβλίο σελ. 59.

A4. α. Σ

β. Λ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Από το ιστόγραμμα έχουμε : $v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$

B2.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	$x_i v_i$
[2, 4)	3	12	0,3	36
[4, 6)	5	8	0,2	40
[6, 8)	7	14	0,35	98
[8, 10)	9	6	0,15	54
Σύνολο		40	1,00	228

Έχουμε $f_i = \frac{v_i}{v}$ με $i = 1, \dots, 4$.

B3. α. Είναι $\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 x_i v_i = \frac{1}{40} \cdot 228 = 5,7$ χιλ. Ευρώ άρα η μέση τιμή των πωλήσεων είναι 5700 Ευρώ.

β. Το πλήθος των πωλητών που έκαναν το πολύ 4,5 χιλ. Ευρώ είναι : $v' = v_1 + \frac{1}{4} \cdot v_2 = 12 + \frac{1}{4} \cdot 8 = 14$ πωλητές.
 Άρα το ζητούμενο πλήθος είναι $40 - 14 = 26$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυώνυμο με $f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0 \text{ με } \Delta = 49 - 48 = 1 \text{ και } x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{24} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{4} \text{ ή } x_2 = \frac{1}{3}$$

	$-\infty$	$1/4$	$1/3$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					
		TM	TE		

Άρα $P(K) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$. Από αξιωματικό ορισμό πιθανότητας έχουμε

$$P(K) + P(A) + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + P(\Pi) = 1 \Leftrightarrow P(\Pi) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

Γ2. Επειδή $K \cap A = \emptyset$ έχουμε $P(\Gamma) = P(K) + P(A) = \frac{7}{12}$, $P(\Delta) = 1 - P(K \cup A) = \frac{5}{12}$ και

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = \frac{1}{3} + \frac{7}{12} - \frac{1}{3} = \frac{7}{12}.$$

Γ3. $N(A) = N(\Pi) - 4 \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(\Omega) = 48$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν y είναι η τρίτη διάσταση του κουτιού τότε $2x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = 10 - x$.

$$E(x) = x(10 - x) + 2 \cdot 5 \cdot x + 2 \cdot 5 \cdot (10 - x) = -x^2 + 10x + 100, x \in (0, 10).$$

$$E'(x) = -2x + 10$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

x	0	5	10
$E'(x)$	+	0	-
$E(x)$			

Μέγιστο

Το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια για $x = 5\text{dm}$.

Δ2. α) Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές άρα $CV > 10\% \Leftrightarrow \frac{s}{\bar{x}} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow s > \frac{4}{5}$

$$2s^2 - 5s + 2 = 0 \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \text{ απορρίπτεται ή } s = 2 \text{ δεκτή.}$$

$$\beta) s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right\} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v t_i^2 - \bar{x}^2 \text{ Επομένως } \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v t_i^2 = s^2 + \bar{x}^2.$$

$$\text{Η ζητούμενη μέση τιμή είναι } \bar{x}_i = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = s^2 + \bar{x}^2 = 68.$$

Δ3. Έχουμε $E(5) = 125$, $E(9) = 109$. Η συνάρτηση E είναι γνησίως φθίνουσα στο $[5, 9]$ όπου ανήκουν οι παρατηρήσεις x_i , $i = 1, \dots, 15$, από το Δ1

$$5 = x_1 < x_2 < \dots < x_{15} = 9 \Leftrightarrow E(9) = y_{15} < y_{14} < \dots < y_1 = E(5) \Leftrightarrow 109 = y_{15} < y_{14} < \dots < y_1 = 125.$$

$$R = y_1 - y_{15} = 125 - 109 = 16$$

$$y_i > -4x_i + 9 \cdot 16 + 1 \Leftrightarrow -x_i^2 + 10 \cdot x_i + 100 > -4x_i + 145 \Leftrightarrow x_i^2 - 14x_i + 45 < 0 \Leftrightarrow 5 < x_i < 9.$$

$$\text{Άρα } i = 2, \dots, 14 \text{ και } B = \{A_2(x_2, y_2), \dots, A_{14}(x_{14}, y_{14})\}.$$

$$\text{Οπότε } P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}.$$

ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΝΔΑΛΑΚΗΣ • ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΚΥΡΙΑΚΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΑΘΑΝΑΣΑΚΗΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΡΑΛΗΣ • ΒΑΝΑ ΚΑΤΣΟΥΛΗ • ΒΑΣΙΛΗΣ ΚΑΡΑΤΖΙΑΣ • ΝΙΚΟΣ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑΚΗΣ
ΓΕΡΜΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΣΤΑΥΡΟΣ • ΣΩΚΡΑΤΗΣ ΜΑΚΡΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΑΚΗΣ
ΚΩΣΤΑΣ ΑΣΦΕΝΤΑΓΑΚΗΣ • ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ
ΣΠΛΗΝΗΣ ΝΙΚΟΣ • ΜΑΡΙΑ ΤΕΡΖΑΚΗ

εκπαιδευτικός οργανισμός

ΟΡΙΖΟΝΤΕΣ

ΗΡΑΚΛΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ