

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολ. βιβλίο σελ: 138

A2. α. $\succ \Sigma$ β. $\succ \Lambda$ γ. $\succ \Lambda$ δ. $\succ \Lambda$ ε. $\succ \Sigma$

A3. α) $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

β) $\int_a^b \sin x dx = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, $\ell \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell|$

ΘΕΜΑ Β

B1. $x \cdot f(x) - 2f(x) = x^2 - 4 \Leftrightarrow f(x)(x - 2) = x^2 - 4 \Leftrightarrow f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

B2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$

B3. Η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$ άρα και στο $x_0 = 2$ επομένως $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει ότι $f_i \% = \frac{v_i}{v} \%, i = 1, \dots, 4$

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i \%$
1 ^η κλάση	[25,35)	100	30	3000	50
2 ^η κλάση	[35,45)	50	40	2000	25
3 ^η κλάση	[45,55)	40	50	2000	20
4 ^η κλάση	[55,65)	10	60	600	5
Σύνολα		$v = 200$		7600	100

Γ2. Η μέση ηλικία των υπαλλήλων είναι $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v} = \frac{7600}{200} = 38$ έτη.

Γ3. Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 έτη είναι $20\% + 5\% = 25\%$.

Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν 10 υπάλληλοι και προσλαμβάνονται επίσης 10. Άρα το σύνολο των υπαλλήλων παραμένει 200. Οπότε ο νέος πίνακας διαμορφώνεται ως εξής:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i v_i$
1 ^η κλάση	[25,35)	110	30	3300
2 ^η κλάση	[35,45)	45	40	1800
3 ^η κλάση	[45,55)	40	50	2000
4 ^η κλάση	[55,65)	5	60	300
Σύνολα		$v = 200$		7400

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{7400}{200} = 37 \text{ έτη.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε $f(x) = e^x (x - 1)$ ①

Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ η f παραγωγίζεται ως γινόμενο παραγωγίσιμων με $f'(x) = e^x (x - 1) + e^x \Leftrightarrow f'(x) = f(x) + e^x$ ⁽¹⁾

Δ2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x (x - 1) + e^x = 0 \Leftrightarrow x e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x e^x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Για κάθε $x \in (-\infty, 0]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Για κάθε $x \in [0, +\infty)$ η f είναι γνησίως αύξουσα.

Παρουσιάζει ελάχιστο στο $x = 0$, το $f(0) = -1$.

Δ3. Έχουμε $g(x) = f(x) + e^x$ συνεχής στο $\mathbb{R}$ ως άθροισμα συνεχών όπου $g(x) = e^x(x-1) + e^x = xe^x = f'(x)$.

Για κάθε $x \in [-1, 0]$ η $g(x) \leq 0$ και για κάθε $x \in [0, 1]$ η $g(x) \geq 0$ τότε το εμβαδόν

$$E = \int_{-1}^1 |g(x)| dx = \int_{-1}^0 |g(x)| dx + \int_0^1 |g(x)| dx = -\int_{-1}^0 f'(x) dx + \int_0^1 f'(x) dx$$

$$= -[f(x)]_{-1}^0 + [f(x)]_0^1 = -\left(-1 + \frac{2}{e}\right) + 1 = 2 - \frac{2}{e} = \frac{2e-2}{e} \text{ τ.μ.}$$

ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΝΔΑΛΑΚΗΣ • ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΚΥΡΙΑΚΑΚΗΣ • ΜΑΝΟΛΗΣ ΑΘΑΝΑΣΑΚΗΣ
 ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΡΑΛΗΣ • ΒΑΝΑ ΚΑΤΣΟΥΛΗ • ΠΕΤΡΑΚΗ ΜΑΡΙΑ • ΒΑΣΙΛΗΣ ΚΑΡΑΤΖΙΑΣ
 ΝΙΚΟΣ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑΚΗΣ • ΓΕΡΜΑΚΟΠΟΥΛΟΣ ΣΤΑΥΡΟΣ • ΣΩΚΡΑΤΗΣ ΜΑΚΡΑΚΗΣ
 ΜΑΝΟΛΗΣ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΑΚΗΣ • ΚΩΣΤΑΣ ΑΣΦΕΝΤΑΓΑΚΗΣ • ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ
 ΜΑΝΟΛΗΣ ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ • ΣΠΛΗΝΗΣ ΝΙΚΟΣ • ΜΑΡΙΑ ΤΕΡΖΑΚΗ