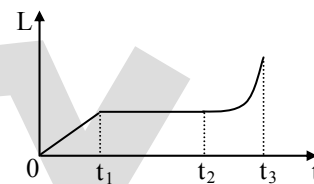


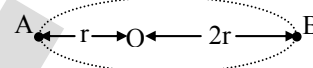
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται το διάγραμμα στροφορμής – χρόνου για ένα στερεό σώμα που μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

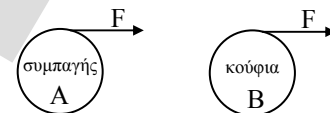
- α. Στο χρονικό διάστημα $0 - t_1$ στο σώμα ασκείται σταθερή εξωτερική ροπή.
β. Στο χρονικό διάστημα $0 - t_1$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση.
γ. Στο χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$ στο σώμα ασκείται σταθερή εξωτερική ροπή.
δ. Στο χρονικό διάστημα $t_2 - t_3$ στο σώμα ασκείται σταθερή εξωτερική ροπή.



2. Τεχνητός δορυφόρος μάζας m αμελητέων διαστάσεων κινείται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από ένα πλανήτη που βρίσκεται στη θέση της μιας κυρίας εστίας O . Να υπολογιστεί ο λόγος της κινητικής ενέργειας του δορυφόρου στη θέση A προς την κινητική του ενέργεια στη θέση B .



3. Σε μια κούφια και μια ομογενή συμπαγή σφαίρα ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R που είναι αρχικά ακίνητες, ασκείται η ίδια οριζόντια δύναμη F εφαπτομενικά όπως φαίνεται στο σχήμα για χρόνο t . Οι σφαίρες μπορούν να στρέφονται γύρω από άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Να συγκριθούν οι γωνιακές επιταχύνσεις και οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιρών τη χρονική στιγμή t .



4. Ομογενής δίσκος έχει μάζα M ακτίνα R και ροπή αδράνειας $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$. Ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει ανεβαίνοντας σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30^\circ$ με την επίδραση σταθερής δύναμης $F = Mg$ που ασκείται στο κέντρο μάζας του και είναι παράλληλη στο κεκλιμένο όπως φαίνεται στο σχήμα.

A. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου είναι:

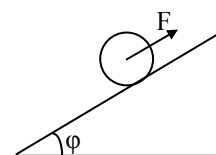
- α. $a_{cm} = g$ β. $a_{cm} = \frac{g}{3}$ γ. $a_{cm} = 3g$

B. Το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στο δίσκο είναι:

- α. $T = \frac{Mg}{3}$ β. $T = Mg$ γ. $T = \frac{Mg}{6}$

Γ. Για ποιες τιμές του συντελεστή στατικής τριβής ο δίσκος μπορεί να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει;

- α. $\mu < \frac{\sqrt{3}}{9}$ β. $\mu > \frac{\sqrt{3}}{9}$ γ. $\mu > \frac{1}{\sqrt{3}}$



5. Η ομογενής ράβδος του σχήματος μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A και είναι κάθετος σ' αυτήν. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί με την βοήθεια κατακόρυφου νήματος που σχηματίζει γωνία φ με την ράβδο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$.

A. Όταν η ράβδος ισορροπεί, η τάση του νήματος έχει μέτρο:

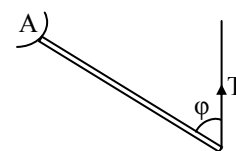
- α. $T = \frac{Mg}{2}$ β. $T = Mg$ γ. $T = \frac{Mg}{3}$

B. Η γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά η ράβδος μόλις κοπεί το νήμα έχει μέτρο:

- α. $\alpha_{γων} = \frac{3g\eta\mu\varphi}{\ell}$ β. $\alpha_{γων} = \frac{3g\eta\mu\varphi}{2\ell}$ γ. $\alpha_{γων} = \frac{3g\sigma\eta\mu\varphi}{2\ell}$

Γ. Για $\varphi = 60^\circ$ το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου όταν διέρχεται από την κατακόρυφη θέση είναι:

- α. $\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}$ β. $\omega = \sqrt{\frac{g}{2\ell}}$ γ. $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}}$



6. Σφαίρα 1 μάζας m κινείται με ταχύτητα v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα 2 άγνωστης μάζας. Αν η μεταβολή της ορμής της σφαίρας 2 είναι $\Delta p_2 = \frac{4}{3}mv_1$ τότε:

A. Η μάζα της σφαίρας 2 είναι:

- α. $m_2 = 2m$ β. $m_2 = \frac{m}{2}$ γ. $m_2 = 3m$

B. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας 1 είναι:

- α. $\Delta p_1 = 0$ β. $\Delta p_1 = -\frac{4}{3}mv_1$ γ. $\Delta p_1 = \frac{1}{3}mv_1$

Γ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας είναι:

- α. $\Delta K_1 = -\frac{4}{9}mv_1^2$ και $\Delta K_2 = \frac{4}{9}mv_1^2$ β. $\Delta K_1 = -\frac{2}{3}mv_1^2$ και $\Delta K_2 = \frac{4}{9}mv_1^2$ γ. $\Delta K_1 = -\frac{16}{9}mv_1^2$ και $\Delta K_2 = \frac{16}{9}mv_1^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. α. → Σ, β. → Σ, γ. → Λ, δ. → Λ.

2. Η στροφορμή του δορυφόρου είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του αφού $\Sigma \tau_{\text{εξ}} = 0$, επομένως:

$$L_A = L_B \Rightarrow m \cdot v_A \cdot r = m \cdot v_B \cdot 2r \Rightarrow v_A = 2v_B. \text{ Για το λόγο των κινητικών ενεργειών ισχύει: } \frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}mv_A^2}{\frac{1}{2}mv_B^2} = \frac{4v_B^2}{v_B^2} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = 4.$$

3. Η κατανομή της μάζας των δύο σφαιρών είναι διαφορετική. Με βάση τον ορισμό της ροπής αδράνειας ισχύει: $I_A < I_B$.

Για την γωνιακή επιτάχυνση που αποκτούν οι δύο σφαίρες ισχύει:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Sigma \tau}{I} = \frac{F \cdot R}{I} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu A} > \alpha_{\gamma\omega\nu B}.$$

Επειδή F, R ίδια και $I_A < I_B$

Για την κινητική ενέργεια που αποκτούν σε χρόνο t οι δύο σφαίρες ισχύει:

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow K = \frac{I^2 \omega^2}{2I} \Rightarrow K = \frac{L^2}{2I} \\ \frac{dL}{dt} &= \Sigma \tau \Rightarrow \frac{L-0}{t-0} = F \cdot R \Rightarrow L = F \cdot R \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow K = \frac{F^2 \cdot R^2 \cdot t^2}{2I} \Rightarrow K_A > K_B.$$

Επειδή F, R, t ίδια και $I_A < I_B$

4. Α. Σωστό το β.

Για τη στροφική κίνηση του δίσκου ισχύει:

$$\Sigma \tau = I_{\text{cm}} \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \frac{\alpha_{\text{cm}}}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2} M \alpha_{\text{cm}} \quad \textcircled{1}$$

Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= M \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow F - Mg \sin \varphi - T = M \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow F - Mg \sin \varphi - \frac{1}{2} M \alpha_{\text{cm}} = M \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow Mg - Mg \frac{1}{2} = \frac{3}{2} M \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{g}{3}. \end{aligned}$$

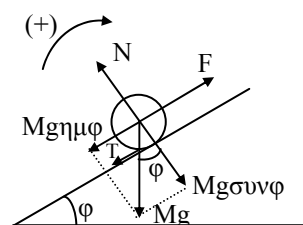
Β. Σωστό το γ.

Για την στατική τριβή από $\textcircled{1}$ ισχύει: $T = \frac{1}{2} M \cdot \frac{g}{3} \Rightarrow T = \frac{Mg}{6}$.

Γ. Σωστό το β.

Για να έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση πρέπει:

$$\left. \begin{aligned} T &< \mu N \\ \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow N = Mg \cos \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{Mg}{6} < \mu Mg \cos \varphi \Rightarrow \mu > \frac{\sqrt{3}}{9}.$$



5. Α. Σωστό το α.

Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow T \sin \varphi \cdot \ell - Mg \cos \varphi \frac{\ell}{2} = 0 \Rightarrow T = \frac{Mg}{2}.$$

Β. Σωστό το β.

Όταν κοπεί το νήμα η ράβδος στρέφεται ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Α.

Για τη ροπή αδράνειας της ράβδου σύμφωνα με το θεώρημα Steiner ισχύει:

$$I_A = I_{\text{cm}} + M \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} M \ell^2 + \frac{M \ell^2}{4} \Rightarrow I_A = \frac{1}{3} M \ell^2.$$

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση στην αρχική θέση της ράβδου:

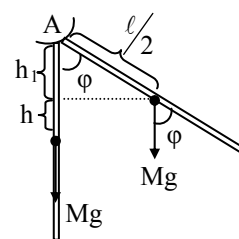
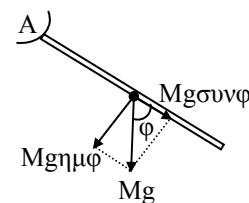
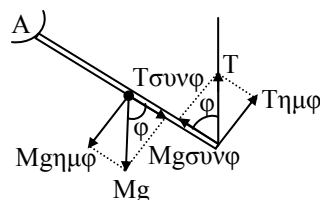
$$\Sigma \tau_A = I_A \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow Mg \cos \varphi \frac{\ell}{2} = \frac{1}{3} M \ell^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g \cos \varphi}{2\ell}.$$

Γ. Σωστό το γ.

Με βάση το διπλανό σχήμα: $h_1 = \frac{\ell}{2} \sin \varphi \Rightarrow h_1 = \frac{\ell}{4}$ και $h = \frac{\ell}{2} - h_1 \Rightarrow h = \frac{\ell}{4}$.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας από την αρχική θέση έως την κατακόρυφη θέση της ράβδου:

$$K_{\text{τελ.}} - K_{\text{αρχ.}} = W_{\text{ΟΛ}} \Rightarrow \frac{1}{2} I_A \omega^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{3} M \ell^2 \omega^2 = Mg \frac{\ell}{4} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}}.$$



6. Αφού η κρούση είναι κεντρική ελαστική με το δεύτερο σώμα ακίνητο ισχύει: $v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow v_2' = \frac{2m}{m + m_2} v_1$ ①

A. Σωστό το α.

Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας 2 είναι:

$$\Delta p_2 = p_{2\text{τελ}} - p_{2\text{αρχ}} \Rightarrow \frac{4}{3} m v_1 = m_2 v_2' \Rightarrow \frac{4}{3} m v_1 = m_2 \frac{2m}{m + m_2} v_1 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{m_2}{m + m_2} \Rightarrow m_2 = 2m.$$

B. Σωστό το β.

Σε κάθε κρούση ισχύει: $\Delta p_{\text{ολ}} = 0 \Rightarrow \Delta p_1 + \Delta p_2 = 0 \Rightarrow \Delta p_1 = -\Delta p_2 \Rightarrow \Delta p_1 = -\frac{4}{3} m v_1.$

Γ. Σωστό το α.

Για την μεταβολή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας 2 ισχύει:

$$\Delta K_2 = K_{2\text{τελ}} - K_{2\text{αρχ}} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot (v_2')^2 \stackrel{\text{①}}{=} m \left(\frac{2m}{m + 2m} v_1 \right)^2 \Rightarrow \Delta K_2 = \frac{4}{9} m v_1^2.$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική πρέπει: $\Delta K_{\text{ολ}} = 0 \Rightarrow \Delta K_1 + \Delta K_2 = 0 \Rightarrow \Delta K_1 = -\frac{4}{9} m v_1^2.$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΚΑΜΠΥΛΑΥΚΑ ΒΑΣΙΛΙΚΗ • ΜΑΚΡΑΚΗΣ ΣΤΕΛΙΟΣ • ΠΑΛΙΟΥΡΑΣ ΑΝΔΡΕΑΣ
ΠΑΠΑΔΑΚΗ ΡΕΝΑ • ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ ΣΤΕΡΓΙΟΣ • ΠΟΤΑΜΙΑΝΑΚΗΣ ΚΩΣΤΑΣ
ΣΦΟΥΝΗΣ ΑΝΤΩΝΗΣ • ΦΡΑΓΚΙΑΔΑΚΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ • ΧΑΤΖΗΔΑΚΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ