ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1 → γ
Α2 → δ
Α3 → α
Α4 → δ
Α5. (α) Λ (β) Σ (γ) Λ (δ) Σ (ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση είναι η i.

β) Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΣ ($\hat{K} = 90^0$) παίρνουμε:

$$d_2^2 = d_1^2 + d^2 \rightarrow d_2^2 = 4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4} = \frac{25\lambda_1^2}{4} \rightarrow \mathbf{d_2 = \frac{5\lambda_1}{2}}.$$

Επειδή η ταχύτητα της διάδοσης παραμένει σταθερή ($υ_δ = λ\,f$) όταν διπλασιάσουμε την συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών θα υποδιπλασιαστεί το μήκος κύματος άρα: $λ_2 = \frac{λ_1}{2}$.

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου (Σ) μετά το διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών ισούται με:

$$A'_Σ = 2A\left|συνπ\frac{d_2 - d_1}{λ_2}\right| = 2A\left|συνπ\frac{\frac{5λ_1}{2} - \frac{4λ_1}{2}}{\frac{λ_1}{2}}\right| = 2A\left|συνπ\right| \rightarrow A'_Σ = 2A.$$

Β2. α) Σωστή απάντηση είναι η iii.

β) Η δύναμη F δεν ασκεί ροπή στο σώμα, οπότε η στροφορμή του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του διατηρείται σταθερή. Ισχύει:

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \rightarrow mυR = mυ'\frac{R}{2} \rightarrow υ' = 2υ.$$

Για το έργο της δύναμης F εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από την αρχική στην τελική κατάσταση, οπότε έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F \rightarrow \frac{1}{2}m(υ')^2 - \frac{1}{2}mυ^2 = W_F \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2}m\,4υ^2 - \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{3}{2}mυ^2 \xrightarrow{υ = ω R} W_F = \frac{3}{2}mω^2 R^2.$$

Β3. α) Σωστή απάντηση είναι η i.

β) Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στην είσοδο (σημείο Γ) και έξοδο (σημείο Δ) του σωλήνα παίρνουμε:

$A_Γ υ_Γ = A_Δ υ_Δ \rightarrow 2 A_Δ υ_Γ = A_Δ υ_Δ \rightarrow υ_Δ = 2 υ_Γ$ (1)

Από την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής που περνά από τα σημεία Γ και Δ, παίρνουμε:

$$p_Γ + \frac{1}{2}ρ υ_Γ^2 = p_Δ + \frac{1}{2}ρ υ_Δ^2 + ρ g h \xrightarrow{(1)} p_Γ - p_Δ = \frac{1}{2}ρ\left(2υ_Γ\right)^2 - \frac{1}{2}ρ υ_Γ^2 + ρgh \rightarrow$$

$$Δp = \frac{3}{2}ρ υ_Γ^2 + ρgh \quad (2).$$

Όταν η φλέβα του υγρού εξέρχεται από το στόμιο Δ στον κατακόρυφο άξονα κάνει ελεύθερη πτώση άρα:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (3)$$

στον οριζόντιο άξονα η φλέβα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $υ_Δ$ άρα:

$$4h = υ_Δ t \xrightarrow{(1),(2)} 4h = υ_Δ \sqrt{\frac{2h}{g}} \rightarrow 16h^2 = υ_Δ^2 \frac{2h}{g} \rightarrow υ_Δ^2 = 8gh \xrightarrow{(1)}$$

$$4υ_Γ^2 = 8gh \rightarrow gh = \frac{υ_Γ^2}{2} \quad (4).$$

Από τις σχέσεις (2) και (4) παίρνουμε: $Δp = \frac{3}{2}ρ υ_Γ^2 + ρ\frac{υ_Γ^2}{2} \rightarrow \boldsymbol{Δp = 2ρυ_Γ^2}$.

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1) Το σώμα m_1 πριν τη κρούση κάνει ΑΑΤ με $D_1 = k_1 = m_1 ω_1^2 \rightarrow ω_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 5$ rad/s

και πλάτος $A_1 = Δ\ell = 0{,}4$ m άρα η ταχύτητα του λίγο πριν την κρούση (θέση ισορροπίας) θα είναι $υ_{1(max)} = ω_1 A_1 = 2$ m/s.

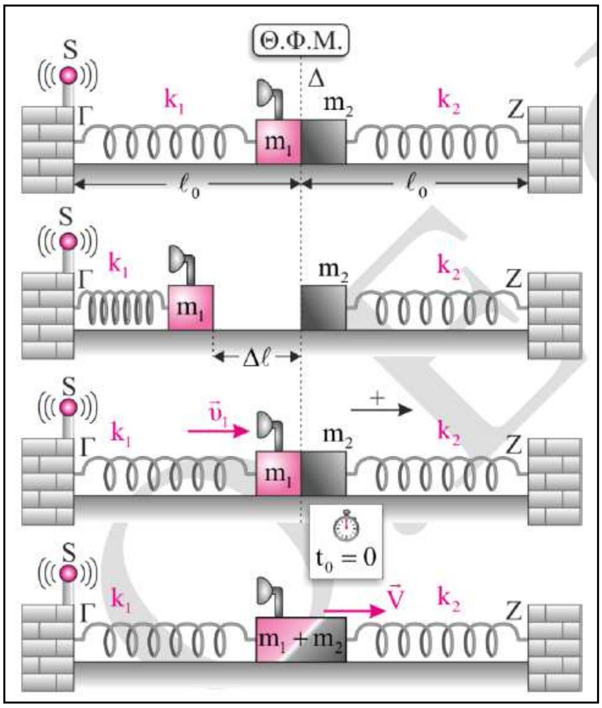
Η συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση είναι:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{1(max)}}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s$$

Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) για την πλαστική κρούση:

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow m\, \upsilon_{1(max)} = (m + m)\, V_\Sigma \rightarrow$

$m\, \upsilon_{1(max)} = 2m\, V_\Sigma \rightarrow \mathbf{V_\Sigma = 1\ m/s}$.



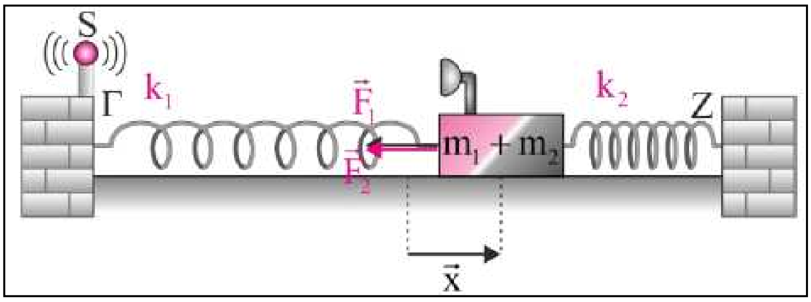
Η συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - V_\Sigma}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s$$

Άρα $$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{1(max)}}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s}{\frac{\upsilon_{\eta\chi} - V_\Sigma}{\upsilon_{\eta\chi}} f_s} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_{1(max)}}{\upsilon_{\eta\chi} - V_\Sigma} \rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}}.$$

Γ2. Απομακρύνουμε το συσσωμάτωμα από τη ΘΙ του κατά χ προς τα δεξιά. Στην τυχαία αυτή θέση ισχύει:



$\Sigma F = -F_1 - F_2 \rightarrow \Sigma F = -k_1\chi - k_2\chi \rightarrow \Sigma F = -(k_1 + k_2)\chi = -2k\chi$.

Άρα το συσσωμάτωμα κάνει ΑΑΤ με $\mathbf{D = k_1 + k_2 = 2k = 100\ N/m}$.

Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη κρούση θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της ΑΑΤ του, δηλαδή:

$V_\Sigma = \omega A \rightarrow V_\Sigma = \sqrt{\frac{D}{2m}} A \rightarrow 1\ m/s = 5\ rad/s\ A \rightarrow \mathbf{A = 0{,}2\ m}$.

Γ3. Ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή όταν ο ταλαντωτής βρεθεί στην ακραία θέση +Α δηλαδή την χρονική στιγμή t = $\frac{T}{4}$

όπου $T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{D}} = \frac{2\pi}{5}$ s. Άρα $\mathbf{t = \frac{\pi}{10}}$ **s.**

Γ4) $\left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right|_{max} = \Sigma F_{max} = F_{\varepsilon\pi(max)} = DA \rightarrow \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right|_{max}$ **= 20 N.**

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της Ο είναι:

Θεώρημα του Steiner: $I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\,\ell^2 + M\,\frac{l^2}{4} \rightarrow$

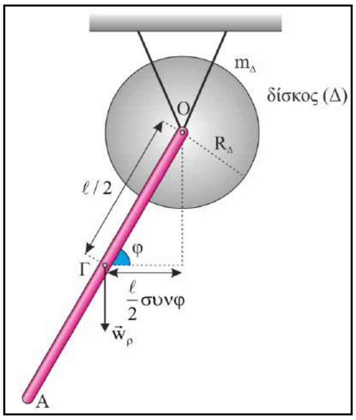
$I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} = \frac{1}{3}M\,\ell^2 = 24$ Kg m^2.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του Ο είναι:

$I_{cm(\Delta)} = \frac{1}{2}\,m_\Delta\,R_\Delta^2 = 1$ Kg m^2.

Άρα η ροπή αδράνειας $I_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}$ του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του (Ο) είναι:

$\mathbf{I_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}}$ **= 25 Kg m^2.**



Δ2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος την χρονική στιγμή t = 0 είναι:

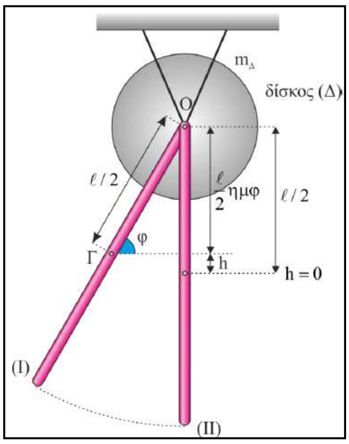
$\left|\frac{dL}{dt}\right| = \Sigma\tau_{(O)} \rightarrow \left|\frac{dL}{dt}\right| = \tau_{Mg} = Mg\,\frac{\ell}{2}\,\sigma\upsilon\nu\varphi \rightarrow$

$\left|\frac{dL}{dt}\right|$ **= 72 N m.**

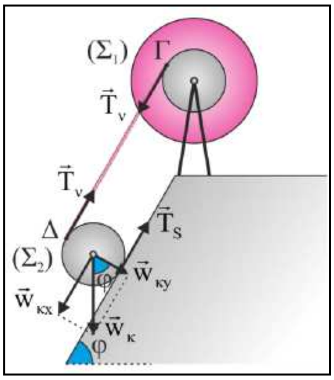
Δ3. Εφαρμόζω ΑΔΜΕ από τη θέση που η ράβδος αφήνεται ελεύθερη έως τη θέση που γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά.

$E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$

$0 + Mg\,\frac{\ell}{2}\,(1 - \eta\mu\varphi) = K_{\sigma\upsilon\sigma\tau} + 0 \rightarrow \mathbf{K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}$ **= 24 J.**



Δ4. Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του θα είναι ομαλά επιταχυνόμενες.



Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}_{cm} \rightarrow m\,g\,ημφ - T_v - T_s = m\,a_{cm}$ (1)

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$\Sigma τ_{(K)} = I_{cm}\,a_γ \rightarrow T_s\,R - T_v\,R = \frac{1}{2} m\,R^2\,a_γ \rightarrow$

$T_s - T_v = \frac{1}{2}\,m\,R\,a_γ$ (2)

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει: $a_{cm} = a_γ\,R$ (3)

Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται: $T_s - T_v = \frac{1}{2}\,m\,a_{cm}$ (4)

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$m\,g\,ημφ - 2T_v = \frac{3}{2}\,m\,a_{cm}$ (5)

Επειδή το νήμα είναι αβαρές μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στις επιφάνειες της διπλής τροχαλίας και του κυλίνδρου, όλα τα σημεία του έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα άρα και την ίδια επιτάχυνση ($a = \frac{du}{dt}$), δηλαδή:

$a_Δ = a_Γ \rightarrow 2a_{cm} = a_γ\,R \rightarrow a_γ = \frac{2a_{cm}}{R}$

Η διπλή τροχαλία κάνει ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική κίνηση, άρα:

$\Sigma τ_{(K1)} = I_{cm(τροχαλίας)}\,a_γ \rightarrow T_v\,R = I_{cm(τροχαλίας)}\,\frac{2a_{cm}}{R} \rightarrow T_v = I_{cm(τροχαλίας)}\,\frac{2a_{cm}}{R^2}$ (6)

Από τις σχέσεις (5) και (6) παίρνουμε:

$m\,g\,ημφ - 2\,I_{cm(τροχαλίας)}\,\frac{2a_{cm}}{R^2} = \frac{3}{2}\,m\,a_{cm} \rightarrow 300\;0{,}8 - 2\;1{,}95\,\frac{2a_{cm}}{0{,}04} = 45\,a_{cm} \rightarrow$

$240 = 195\,a_{cm} + 45\,a_{cm} \rightarrow$ $\mathbf{a_{cm} = 1\ m/s^2}$.

Η μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε ισχύει:

$s = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,s}{a_{cm}}} \rightarrow \mathbf{t = 2\ s.}$

$\mathbf{\upsilon_{cm} = a_{cm}\, t = 2\ m/s.}$

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ Ο ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗ-ΡΙΩΝ
«ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ – ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ»

ΗΜΕΛΛΟΣ Μ. – ΚΟΥΣΗΣ Γ.